科學教育學刊
2007, 第十五卷第四期, 387-416

Chinese Journal of Science Education
2007, 15(4), 387-416

學生思考過程之探究 – 以實務推理為例

馬秀蘭
嶺東科技大學

（投稿日期：民國 95 年 4 月 4 日，修訂日期：96 年 2 月 15 日，接受日期：96 年 4 月 9 日）

摘要：本文目的在觀察小五學生透過網路所進行的實務推理，藉以探究教師引導對學生產生推理之成效以及學生在推理過程中捷思的表現與涉及到之思考層次。本文發現如下：1.教師須適時給予學生實務推理之引導，其中可透過提問去引導學生在相關之問題情境中發展五段式推理捷思之思考。而教師之引導能幫助學生創造實務推理之經驗。2.五段式捷思是可用的，學生在推理中會發展這些思考過程，但其所涉及到之捷思是不同的；其中每一段並非必要發生，亦可能重複出現，故呈現的捷思可能是跳躍式或來回移動的。學生思考過程相關到「分析」的子技能較多，其反應學生大多習慣作「基本的思考」。好的推理者發表次數較多，亦傾向作「證實」之「批判性思考」及「反射」之「創造性思考」。而學生在非數學思考過程中之推理大多傾向個人對問題之價值觀。3.驗證推理中基本的、批判性與創造性三種思考層次存在的關係與階級；為了表示此三種思考的領域大小、各自獨立、互相含涉以及層次的階級關係，研究者修正了文獻中有關推理內涵的圖形。

關鍵詞：思考、捷思、提問、實務推理

壹、緒　論

推理（reasoning）是我們處理問題時一般的反應，日常生活中我們做它多於注意它，它是自然的、不由自主的。推理或推論的能力就是從所知證據推出或抽出適當結論之能力，而這種推理能力在吾人日常生活中十分重要，因為 Klenk 指出，推理為我們大部分知識之來源（引自劉福增, 1997 譯），因此全美數學教師協會（National Council of Teachers of Mathematics, [NCTM], 2000）、Russell（1999）以及我國九年一貫課程（教育部, 2000）均呼籲吾人應該將「推理變成習慣」。尤其台灣在參與國際教育成就之 TIMSS 2003 試測中，小學四年級學生在「推理」試題表現最差，平均通過率僅有 43.3%（林碧珍和蔡文煥, 2003）。因此，老師盡全力幫助學童發展推理的技能，培養國民成為擅於推理及思考的人，以適應當前訊息豐富的社會，是有其必要性。

國內外學者對推理的內容及其涉及的捷思步驟主張不同，其中Krulik和Rudnic（1993, 1999）認為推理包含基本的（basic）、批判

性（critical）以及創造性（creative）思考。他們（1993）並指示五段式捷思模式能構成指導推理的一個基本學程。而推理有兩類，涉及到才智問題的常被稱為「理論（theoretical）推理」，關連到日常生活問題的則被稱為「實務（practical）推理」（Audi, 1991）。但是國內外有關推理的研究大多針對理論推理，範疇也集中在類比推理（如張麗芬, 1993; 陳李綢, 1991; 黃幸美, 2000; English, 1998; Novick, 1995）或比例推理（如林福來, 1987; 林福來、郭份派和林光賢, 1985; 馬秀蘭, 2005b; Lamon, 1993; Langrall & Swafford, 2000; Lesh, Behr, & Post, 1988）等方面，有關實務推理的探討則較少；因此實務推理的研究有它的價值。

因為上網的樂趣及網路的效益可創造一個讓學生溝通交談並表達的管道，進而促進學生「做數學」的意願（馬秀蘭, 2001, 2004），無論上網的學生是解題者、討論者或只是沈默觀察者，他們均能浸浴在學習的情境中（Ma, 2005a）。然而培育推理技巧而設計的活動必須深藏於文脈環境（contextual settings）中（NCTM, 1997），而且該環境應是學童自然且熟悉的情境；「主題趨近（thematic approach）」類似專題，需要學生呈現一個實際生活的問題或情境，並挑戰他們去使用生活經驗、數學技能及知識去解決它。因此在本研究中，學生是透過網路討論板去進行與其生活經驗連結的主題推理活動。

由於與實務推理有關的問題較複雜，其牽涉到場合（occasion）或時刻、執行之理由、某一推理類型架構的解釋、合理的行動等（Audi, 1991），故在進行推理時是有一連串平行或相關的子題待反應與解決，因而在執行時困難度增高，甚至不易進行。有研究指出「教師之引導」是影響學生預測、解釋和推理及能力之因素（張美玉和吳玉明, 1999）；額外提問/發問（question）教學是師生與同儕有效互動及擴展學生思考之核心（Artzt, 2002），教師若能有效運用提問技巧則可激發學生不同層次之心智活動（Orlich, 1998）。因此在本研究中，教師是依學童的背景知識及興趣，透過「提問」去引導學生在相關之情境中發展思考。

由文獻中可了解推理是一種思考，其涉及到思考歷程的層次，但已有之研究多為理論性的探討或假設，相關的實徵研究卻較少，尤其是在日常生活情境脈絡下的相關研究更是鳳毛麟角。基於國內缺乏國小高年級學生進行實務推理時捷思表現及所涉及到思考層次的實徵研究，因而本研究朝此方向前進，期望能對學生之思考脈絡作有效的討論，以補數學教育在此方面研究的不足。本文的目的如下：

一、探究教師引導對學生產生推理之成效；
二、探討學生在實務推理過程中捷思之表現；
三、探討學生在實務推理過程中涉及到之思考層次。

貳、文獻探討

一、思考與推理

Gardner（1983）的「多元智慧論」提出八種智慧，之中每一種皆是人類用來學習、解決問題以及創造的工具，其中的「邏輯—數學智慧（logical-mathematical intelligence）」包含多種成份，例如數學計算、邏輯思考、問題解決、歸納及演繹推理、及辨別型組和關係。Gardner 並認為 Piaget 從「感覺動作期」到「形式運思期」的認知發展模式與「邏輯—數學智慧」方面之發展一致。Klenk 指出邏輯就是要研究推理（引自劉福增, 1997 譯）。

Rosser（1994）認為推理是由舊資料引出新訊息的思考歷程，個體需根據系統性的原則，在前提間建立起特殊關係。其實較早的 Angell（1964）就指出推理是一種動態的人類活動，它是我們做的一些事，也是一種心理活動（思考），這種活動包括解決問題、想出某事；它有四個特點：1.推理是有目的過程；2.依據推理目標而採取特定的推理方式；3.屬於個人的；4.是一種心智的（mental）及內心的（inward）活動。英國牛津技巧之教學計劃（Coles & Robinson, 1989）也是以促進兒童之思考能力為目的，其把思考定義為個體從事解決問題時的心智活動，其內涵包括批判思考、創造思考、推理思考和問題解決。國內學者張春興（1992）也指出思考與推理歷程有關。李丹（1989）和張春興（1995）表示推理可由一個或數個前提去推演出結論的思考過程，即所謂的直接推理或間接推理，後者則有演繹（deduction）和歸納（induction）推理兩種形式。

因此推理和思考（thinking）有其相通之處，Coles 和 Robinson（1989）認為推理思考兼具批判性思考和創造性思考的思考模式，其中批判思考屬於分析性質，而創造思考則偏重發散歧異性，兩者均為推理思考，且為完成問題解決所必須；其關係如圖 1 所示。Sternberg（1997）表示，數學推理不僅須要分析（analytical）思考，尚要創造性思考及實務（practical）思考。

依 Krulik 和 Rudnick（1993）的觀點，思考意指為孩童能從給予的一組資訊中，推斷出一個合理的（valid）結論；他們（1993, 1999）認為推理是思考的一部分，而且指出那些思考技能涵蓋推理；推理在思考的歷程中，高於記憶之層次，其階級由低而高包含基本的思考、批判性思考以及創造性思考，其關係如圖 2 所示。因思考可能經常在各層次之間來回移動，因而各層次並不是完全分離的（discrete），每一個層次的思考技能都會外延的（extensive）運用到下面層次的技能。

Krulik 和 Rudnick（1993, 1999）為了分辨出不同的推理思考，定義「基本的思考」是聯繫到概念之了解和辨認概念在一個情境下之存在，以及它們的應用。「批判性思考」是連接到檢查、聯繫及評估一個情境或問題之所有面向，聚焦在一個情境或問題之部份，收集和組織資訊，證實和分析資訊，回憶與聯繫已學過之資訊，決定合理答案或勾勒正確的結果。「創造性思考」是連接到產生原創、有效和複雜之成果，能發明創造（inventiveness）、綜合想法（ideas）、產生想法以及應用想法。Krulik 和 Rudnick（1999）進一步指出，Polya 捷思法中最後的一步「回顧解答」是不夠深入，問題是不該僅因答案被發現就結束；為了使學生沈浸在批判性與創造性思考之中，老師是被鼓勵去擴展「回

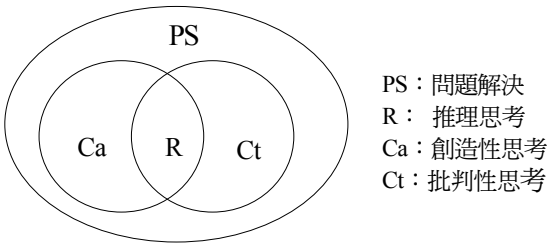


圖 1：推理與批判性和創造性思考之關係（Coles & Robinson, 1989）

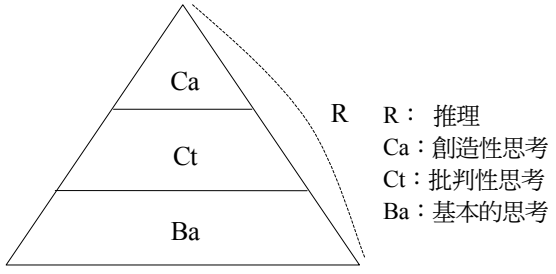


圖 2：推理之內涵（Krulik & Rudnick, 1993）

顧解答」此一步驟，即延伸問題至答案之外，檢查問題之結果和用這些結果到其他一些問題情境；他們將「回顧解答」重新命名為「反射（reflect）」，其可加強學生批判性與創造性思考。張玉成（1998）認為推理思考是介於認知記憶和高層次思考技巧之間，其扮演啟上承下之中介角色，而理解、應用及分析等三項能力為推理思考之主要內涵。

創造性問題解決之研究者也認為完整的問題解決思考過程不只是運用推理性思考，也必須並用批判性思考與創造性思考（洪文東, 2000; Treffinger & Isaksen, 1992）。其中在有關批判性思考中，美國學者 Gartenhaus（1984）認為它應包含分析、聯結、評鑑；「康乃爾批判思考測驗」（X 級）則定義此能力應包括歸納、考察可信度、演繹與確定假設（毛連塭、吳清山和陳麗華, 1992）。國人張玉成（1998）則歸納國外學者對批判思考的定義，將其分為檢視、比較、判斷、歸納和選擇五個思考過程。至於有關創造性思考，學者有眾多的看法，但內容皆大同小異，大部分主張流暢性、變通性、獨創性、精進性、敏覺性五種能力為主（陳龍安, 1998; 賈馥茗, 1976; Guilford, 1977; Torrance & Orlow, 1986）。而批判思考相近於收斂性和評鑑性運作，創造思考則接近發散性運作（張玉成, 1998）。

有兩種不同內涵的推理，Audi（1991）宣稱涉及到才智問題的常被稱為「理論推理」，故理論的問題主要是連接到真實的定理；而關連到日常生活問題的則被稱為「實務推理」；但二者並非互斥，卻可能相交，因此一個實務的問題亦可能是連繫到定理。因而有時二者差異是不易陳述的，但為了對照它們之間的差異，實務推理是被描述成行動（acting）推理，理論的推理則是信念（believing）推理；當實務問題是論及到個人是如一位代理人（agent）以及其關心什麼是被執行時，理論問題則是論及到個人是如一位瞭解者（knower）或有潛力的瞭解者以及關心什麼是真實的(true)或不真實的(Audi, 1991）。因而 Korsgaard（1996）建議，實務推理的理論應該讓個人能對自我概念的解釋保留一個空間。其實較早的 Murdoch（1970）早就提出實務推理是關係到「價值」，當理論推理是關係到「事實」。由於推理與思考的過程有關，因而 Audi（1991）並指出「實務的思考」包含下列重要元件，即 1.個人遇到該怎麼做之問題，而個人在乎此問題；2.個人蓄意要去完成他想要完成的，此過程包括有表示明顯的選擇、回想事實及理論上的推理；3.或許同時構成一個信念；4.個人實踐其判斷。

二、捷思

解題、推理和證明、溝通、連結以及表徵是美國數學教師協會（NCTM, 2000）提出的五個能力養成之「過程標準」，其強調獲得和利用內容知識的方式。其中之解題、推理是學生離開教室及進入真實世界必須跟隨之主技能，而解題提供一個能幫助孩子發展「推理技能」的最好工具；因學生若沒有投身在推理中，則他們不能了解問題、分析問題或計畫如何去接近問題。因此「推理是被嵌入在解題之過程中」。解題常伴隨著四則運算，但不同的是它是以策略為根基，而非只是運算。在認知心理學上，一般認為有兩種主要策略，即算則/演算法（algorithm）和捷思/啟發法/直觀推斷(heuristics)(Sternberg, 1999)。捷思是不同於算則，算則是被用於單一種類的問題，而捷思則是一般且是應用於所有種類問題，它提供面對問題時趨近、了解或解答需要的方向。

事實上較早的 Polya（1957）已透過數

學「捷思」的研究為問題解決的現代研究提供了必要的理論基礎。Schoenfeld（1985）指出捷思法是一種心理的捷徑，可幫助我們突破工作記憶的限制，同時運作許多工作，推理的捷思包含了非正式的、直覺的、推測的策略，這些策略有時確實可以引導我們找到有效的解答，但有時卻未必如此。張春興（1995）指出在某個問題情境中，若問題包含之訊息無法依既定法則循序處理，而須依個人以往解決類似問題的經驗去推理思考的方法，即是「捷思推理」；它是一種粗略而實際的經驗法則（rule of thumb），又稱「捷思法」。

Krulik 和 Rudnick（1993）宣稱解題與推理是「過程技能」，是十分不同於如四則運算之「成就技巧」；其中每一個過程包含一系列心理（mental）和身體（physical）的工作（tasks），而這些工作寬鬆地連接成所謂之「一組捷思」或「捷思樣式」。他們主張五段式推理捷思模式能構成指導推理的一個基本學程，該組捷思代表一段思考連續區（continuum），它是個人在一個需要解題情境下應該使用的思考。五段中每一段並非獨立，且愈有經驗之推理者愈是自動（automatic）的在各分類間來回移動。該捷思模式中每一段之子技能如下：

1.定焦（focus）：1a.確認手邊的任務，1b.觀察被給的材料，1c. 闡明特質、屬性、術語。
2.分析（analyze）：2a.組織資訊（如做一目錄、表格或繪圖），2b.資料分類，2c.回想適當資訊，2d.公式化連接，2e.表示資料，2f.推測。
3.決定（resolve）：3a.勾勒出結果，3b.決定答案。
4.證實（validate）：4a.測試結論、4b.解釋如何知結論是正確的、4c.陳述結論是如何得到。
5.反射（reflect）：5a.產生新問題，5b.綜合發現物（結果），5c.遷移情境，5d.發現另一趨近。

其中「定焦」可讓學生將注意力放在某個有價值或特定之問題上。「分析」可讓學生去聯繫概念之了解、去辨認概念在一個情境下之存在，以及它們的應用，其主要涉及到「基本的思考」。「決定」與「證實」可讓學生去檢查及評估問題，證實和分析資訊以決定合理答案，且「證實」是允許後設認知發生（Krulik & Rudnick, 1993），後設認知是我們個人智慧運作的最高主宰能力（鄭昭明, 1993），其傾向「批判性思考」。「反射」可讓學生去綜合想法、產生原創成果以及應用想法，其主要涉及到「創造性思考」（Krulik & Rudnick, 1993）；美國創造力學家 Osborn（1957）甚至把創造力比喻為潛在人類腦中的金礦，最為珍貴。

文獻對有關推理的捷思少有探討，但由於推理和思考有其相通處，又推理是被嵌入在解題之過程中，因此大多研究是針對思考技巧或解題步驟作探討，例如 Marzano（1988）將核心思考技巧分為八類，即定焦、資訊蒐集、記憶、組織、分析、衍生、統整與評鑑（引自張玉成, 1998）；它與 Krulik 和 Rudnick（1993）的推理捷思模式內涵相似。國人郭有遹（1994）提出問題解決的五個步驟，即瞭解與思考、探索與計畫、選擇策略、尋找答案、省思與擴展問題。張俊彥等人（Chang & Barufaldi, 1999）採用四步驟之問題解決，即搜尋、解決、創造、分享去進行國中地球科學教學。

總而言之，國內外學者對推理思考的內容及其涉及的捷思步驟主張不同；本文作者認為 Krulik 和 Rudnic 有關推理的內涵比較能概括思考層次的關係與階層，且二者的五

段式捷思模式比較能包含推理步驟之共同要素，同時該模式為增進解題推理歷程的思考周密性，也較其他問題解決歷程更強調高層次思考的應用。因此它們將作為本文資料分析的理論基礎。

三、提問

「提問/發問」教學是師生與同儕有效互動及擴展學生思考之核心（Artzt, 2002），因而提問是促進學生思考發展有效途徑之一，此重要性常被教育家強調（張玉成, 1999）。其實早在兩千多年前我國偉大教師孔子及希臘大哲學家蘇格拉底皆成功的應用提問技巧來引導學生學習。由於「提問」是引發他人產生心智活動並作回答反應之語言刺激（Sander, 1966）；因而 Brissenden（1988）指示在教學過程中，教師可依教學目標作關鍵的提問，藉聯繫學生的舊經驗，以促進學生數學概念發展。Hyman（1979）在其「策略性提問（Strategic Questioning）」書中，列出十五項提問之功能，其中有促進學生參與活動、引發討論、集中學生注意力、利於決定教學內容與步調、啟發創造性思考層次等。張玉成（1999）綜合多位國外學者主張，將「提問」之教學功能歸納為引起學習動機、幫助學習、提供參與討論、診斷與評鑑、引發回饋、啟發思考，尤其後者可引導學生思考方向、擴張思考廣度、提高思考層次。因此認知論者強調提問應該突破知識記憶水平，而擴展到高層認知思考領域（Wood, 1982）；而 Orlich（1998）也指出教師有效運用提問技巧，可以激發學生不同層次心智活動。

而 Mason（2000）主張，基本數學提問有探索式（inquiring）、聚焦式（focusing）及檢驗式（testing）提問。探索式提問可刺激學生作進一步思考，其類似 English（1997）之生產式（generative）提問或 Ainley（1987）之導引式（directing）提問；聚焦式提問可協助學生將注意力放在某個有價值或特定之問題上；檢驗式提問則可檢視學生是否理解。

李宗薇（1997）在教學設計中歸納 Ausubel（1968）和 Vygotsky（1978）論述，認為教學上可行的社會建構觀，也就是強調社會支持、師生同儕的協力合作，而不是忽略教師與學習目標，而聽任學習者自行構建的個人建構論。即建構論應是師生、同儕互動的結果，而不是聽任學生自行摸索，在其過程中仍需教師隨時的啟發、協助與指引。此類似郭重吉（1997）所言，為了促進學生之學習，教師應該提供合適的心智墊腳石以達成預期的學習。因而 Ma（2005b）的研究指出，老師扮演一個重要角色去引導學生在小組間如何聚焦討論和發展子題，藉此發展學生實務推理，並善用推理捷思及其子技能。

總而言之，本研究設計的重點在於：1. 教師依學童的興趣與背景知識，透過「提問」去引導學生在相關之問題情境中去發展思考；2.重視學童生活經驗及主動參與活動的過程；3.強調同儕支持的重要，鼓勵小組合作推理，透過討論、溝通與協商，達到知識共享，以建立客觀之合作成果。

參、研究方法

一、研究工具

在本研究中，學生進行「實務推理」的工具是一個屬於 Web 介面的網路討論板；上網者除了可以在討論板上張貼文字外，尚可利用繪圖軟體（如小畫家）來作圖，再將圖形貼上去，甚至可將 Office 套裝軟體（如 Excel 或 PowerPoint 等）做好的文章、圖形或表格上傳等。為了管理上網學生之發言，

每位樣本學生均有固定之帳號、密碼以及匿名代號，代號例如 S04040 或 S05128 等，其中第一碼代表學生（S），第二、三碼表示組別（01：文化之旅，02：美食之旅，03：古蹟之旅，04：生態之旅，05：登山健行，06：郊遊野餐），第四碼表示性別（0：女生，1：男生），最後兩碼為流水號。討論板上分成六個主題，各組學生可於主題內分別探討各項子題。學生討論的內容如圖 3 所示。

二、研究參與者

本研究樣本起初是由台中縣及苗栗縣各一所國小五年級中的各一班學生組成，他們上網進行「週休二日任我行」主題的解題推理活動。但因礙於學生之個別差異及家長反對等問題，故在六週活動後，從原台中縣那所國小五年級兩班中自願的學生裡，篩選具有電腦基本能力、喜歡且有上網習慣的學生（以在家有電腦設備者優先考量），共 24 位重新正式進行活動。該校處於台中市與台中縣交界處，偏向都會型學校，家長關心教育；全校有 78 班，五年級學生在校受過電腦操作的基本訓練，打字及上網蒐集資料的能力尚可應付本研究需求。

24 位學生透過匿名組成志願相同的六個旅遊小組（如上述之美食之旅、登山健行等），每小組由四個人組成，他們利用在校的午休時間或在家時間，上網路討論板去進行解題推理，它組學生亦可跨組討論。正式活動從 2003 年 11 月至 2004 年 6 月止。

三位教師參與與本研究之活動或分析，其為兩位大學副教授 P1（本文作者）和 P2，以及一位小學教師 Teacher（數學教育所研究生）。P1 和 P2 為數學教育學家，其中 P1 之角色是研究活動設計的指揮家，她決定研究過程的架構，以及必要時各情境內容的佈置與發展，同時為學生發表的推理作「事件書寫（episode writing）」，以及推理資料的原案編碼和分析者；P2 是扮演原案分析的交互審察與協商者。至於 Teacher 則為帶領學生進行活動的執行者，她任教於樣本學生之小學，有超過 10 年之教學經驗，她負責樣本的人選、訪談、網路活動的進度及討論區的提問，額外並協助情境內容的設計。

三、研究步驟

實務推理活動是透過網路討論板進行，其中「匿名」及「上網的樂趣」可創造一個沒有威脅的互動環境。在活動進行之初，為了讓學生能作個人推理之發表，教師提供全

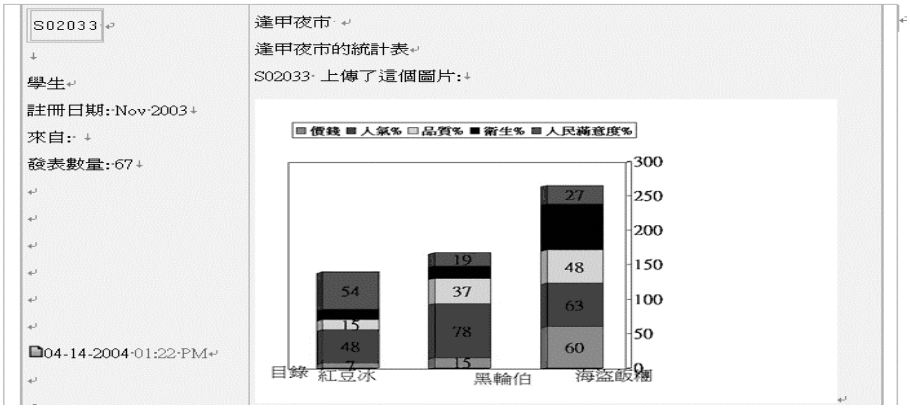


圖 3：網路討論板上學生發表的例子

面性或個別講解，去教導學生電腦軟體（如 Office 軟體和 PhotoImpact 等）之使用、整合以及資料（如文字、圖形或表格等）之上傳。

活動進行中，教師以「自然觀察」法（王文科, 2001）觀察學生在網路上自然的發表，作「事件書寫」，以捕捉部份學生的推理思考。例如（原案九）S05152 發表「考慮買礦泉水」單元，教師記錄「5a.產生新問題」;（原案十二）S02148 發表「泡菜火鍋 109 元（一人份）、…、何風燒烤 129 元（兩人份）。109 × 10 = 1090，…，129 × 5 = 645」，教師記錄「乘法應用：單項單位（×10），複合單位（×5）」。教師並且利用在校時間，非正式訪談學生的反應（如從事活動的感覺、旅遊的經驗等），以決定提問之類型與內容。

教師透過提問策略（question strategy）去引導學生在相關之問題情境中發展有關五段式推理捷思模式之思考。提問有三類，即探索式、聚焦式以及檢驗式提問，例如（原案四）當每一組學生在網路上只會各自表述而沒有一個共同點時，教師以聚焦式提問「投票區…」去協助學生「定焦」及「決定」，並以檢驗式提問「說一說為什麼？」引發學生去作「證實」;（原案五）當學生在網路上未能以其生活經驗作推理時，教師以探索式提問「旅遊前有什麼需要知道？」刺激學生作進一步思考之「反射」。又從訪談學生知他們有搭乘計乘車或公車經驗，（原案七）教師以聚焦式提問「交通工具：…車資如何計算（車票多少錢）？…」協助學生「定焦」在生活中與數學相關的情境上。

研究者欲以學生的興趣及先備知識為基礎，提供適當的情境與引導，使學生的實務推理活動能確切反應他們本身的意圖。其中聚焦式提問之內容都是實務推理活動引導之例子，老師欲藉助這些情境去激發學生對其主題作其它相關活動之設計與情境內容之佈置；但隨著學生實務推理經驗的提昇，為使研究結果契合學童「自發性」的原始想法，呈現關鍵特徵的聚焦式提問則儘量減少，期能逐漸將推理架構責任轉移至學生身上。

四、資料處理與分析

(一)資料處理

本研究在實務推理究活動結束後，為使資料更切合研究者意圖，首先研究者嚴謹的閱讀網路討論板上老師與學生發表的所有單元及內容（例如圖 4 為登山健行小組發表的

最近這週的天氣預報	S05036	1	14		06-17-2004 by:
好玩的龍虎山郊野公園!	S05152	4	29		06-17-2004 by:
登山裝備	S05128	5	36		06-17-2004 by:
@~\★礦泉水的價錢/☆~	S05036	1	17		06-14-2004 by:
~&^$ $^&~##上大坑富鳥配備+登山鞋+乾糧的費用大約要.....元ㄋ!	S05036	2	18		06-14-2004 by
底片價錢	S05036	3	24		06-14-2004 by
去大坑爬山.登山鞋是很重要的喔!~	S05036	6	42		06-14-2004 by
@大坑登山步道的難易度、時間和長度	S03139	9	130		06-11-2004 by:
~☆礦泉水的報導★~	S05036	4	25		06-11-2004 by:
@現代桃花源—大坑	S05128	7	60		06-11-2004 by:

圖 4：登山健行小組在網路討論板上發表的單元內容片斷畫面

單元內容片斷畫面），將每個單元內學生發表與實務推理無關的寒暄、閒聊等發言加以篩選刪除；再將相關意義之單元自然群聚，歸納形成「子題」範疇；並且推敲「子題」範疇，由子題項目中尋找出類型之名稱；例如登山健行小組討論之「考慮買礦泉水」、「礦泉水的報導」、「礦泉水的價錢」三個單元群聚形成一個「買礦泉水」子題；生態之旅小組討論之「購物價格」、「買衣服」、「購物折扣」群聚形成一個「購物」子題。此為過程中之「主軸譯碼」（潘淑滿, 2003）。

其次研究者開始選擇可以彰顯研究主題的主軸概念，作為研究問題詮譯的依據，此即為過程中之「選取性譯碼」（潘淑滿, 2003）。因此當所有「子題」命名完成後，研究者將子題中不符合該子題內容之發表作篩選，移至其它適合之子題中；最後再將調整後的資料加以編碼成為一可供分析的原案（protocols），各小組所有「子題」名稱與其對應之編號如附錄一所示。編碼時以組別為主軸，採系統編碼，前一碼為組別編碼，中間兩碼為子題編碼，最後兩碼為發表之流水號，其是以教師及學生在網路討論板上發表之時間為依據，例如：5-0102 表示登山健行小組（5）在第一個子題「主題想法」（01）的第二個發表（02）。若有些發表資料需要再細分成事件處理，則在編碼之後再加上英文小寫字母（a,b,c,..）以茲區別，例如：4-1001a 表示生態之旅小組（4）在第十個子題「相片費計算」（10）的第一個發表（01）之第一個事件(a)。

(二)資料分析

六組學生在網路討論板上進行之解題推理為本研究的主要資料，其中每一組相關的資料可作為資料分析之相互印證之用，以確認研究的結果與發現，而增進本研究的信度。例如在本文之結果與討論之章節中，同時以（原案九）登山健行小組之「買礦泉水」子題與（原案十）生態之旅小組之「相片費計算」子題兩者資料去作相互參照，藉以印證學生推理過程中捷思的表現。或同時以（原案十一）郊遊野餐小組之「零食」子題與（原案十二）美食之旅小組之「火鍋」子題兩者資料去作相互參照，藉以印證學生推理過程中涉及到之思考層次。至於在網路活動進行中，教師在自然觀察下對學生所作之「事件書寫」，亦可協助作資料分析之對照。

額外本研究為提高可信度，學童推理捷思表現與思考層次是否發生以及分析歸類，則採用「交互觀察者一致（interobserver agreement）」（王文科, 2001），其是透過上述兩位數學教育家 P1（本文作者）與 P2 對原案之觀察以決定結果，期從不同分析者觀點的交叉比對，以克服研究者主觀之見解。本研究是以每個原案為單位去求得分類結果的一致性，而每個原案是以研究者欲分析之發表為主；例如（原案七）十五次技能中（三個發表各有五種技能），二者評定結果一致者有十二次（如附錄二所示，其中原案七被分析之內容將出現在「肆、結果與討論」之「一」中），交互觀察者信度為 80%（12/15），其中 P1 與 P2 對「分析」之子技能看法不一致，二者重新審察，進一步溝通、協商，以達成看法的一致。（原案十四）六次技能中（二個發表各有三種技能），二者評定結果完全一致（如附錄三所示，其中原案十四被分析之內容將出現在「肆、結果與討論」之「三」中），交互觀察者信度為 100%（6/6）。

肆、結果與討論

活動期間，每位樣本學生在網路討論板上發表的次數如表 1 所示，本章節將以部份發表內容去探究本文三個目的。

表 1：學生在網路討論板上發表的次數

組別	樣本學生：發表的次數			
文化之旅（01）	S01021：116	S01030：26	S01031：12	S01145：13
美食之旅（02）	S02148：169	S02147：161	S02033：67	S02056：6
古蹟之旅（03）	S03143：45	S03043：45	S03139：33	S03149：29
生態之旅（04）	S04140：52	S04035：41	S04127：32	S04040：27
登山健行（05）	S05036：61	S05125：31	S05128：30	S05152：10
郊遊野餐（06）	S06154：110	S06129：40	S06153：20	S06142：11

一、教師引導對學生產生推理之成效

(一)資料分析

研究之初，學生在組成六個小組（如：美食之旅、登山健行等）之後，除了上網打招呼外，就不知如何去進行活動。因此教師就以五段式推理捷思作為指導之方針，適時引導及輔助學生去進行活動，由於各組發展的推理進度不一，因而教師之提問可能會在不同的時間出現在各組討論區內。本文陸續呈現的是教師（Teacher）與學生在網路討論板發表之原始資料，故錯字或筆誤等情況皆可能發生，同時在適當取捨下將刪除部份內容，刪除內容將以「…」表示。而（11-25-2003）或（01-06-2004）等則是教師或學生在網路討論板上發表之時間。本節將以登山健行小組之八個原案為例說明之。

【原案一】

5-0101 Teacher（11-25-2003）：先說一說，你們對這個主題有哪些想法？

5-0102 S04140（11-27-2003）：贊成。登山健行這個題目蠻好的。

5-0103 S05128（11-27-2003）：台中大坑很棒。

5-0104 Teacher（11-27-2003）：除了贊成，可不可以說些別的。

首先教師（Teacher）就以小組的主題為依歸，藉探索式提問「說一說…想法」去促進學生討論與推理。却發現不少學生只能作如「贊成」或「很棒」沒有推理之武斷說法（馬秀蘭, 2005a）。教師再藉探索式提問「說些別的」引導學生去作捷思的「分析」。但是學生仍茫然不知如何去做推理，教師再指示如下。

【原案二】

5-0105 Teacher（11-30-2003）：請同學針對你的主題旅遊，找出你覺得適合全家一起去的地方。並說一說支持的理由？

5-0106 S05036（12-04-2003）：…我計劃要去月眉山觀音寺，…因位於大溪月眉里而得名，經過的車輛都會被其金碧輝煌的外觀吸引。…建築特色：…。真想早點去!

…..

5-0109 S05152（12-04-2003）：…我計劃去龍虎山郊野公園，那裡…位於樹木茂密的山坡，為港島的住宅及商業區提供怡人的自然景色。…希望可以早點去玩玩!

5-0110 S05128（12-04-2003）：現代桃花源 --- 大坑。…此地能讓人們放鬆心情…。而大坑因位置臨近台中市區，交通便利，更有豐富的自然景觀與遊玩據點，...。

…….

5-0112 S05125（12-15-2003）：合歡山最近

下雪了。好像很冷，哈哈很想去喔。合歡山越嶺古道係霧社事件（1930年）發生後，...一條...「理番道路」，...。

教師藉聚焦式及檢驗式提問「找出適合地方，並說明理由」引導學生去作確認手邊任務（1a）的「定焦」，以及陳述結論是如何得到（4c）的「證實」。之後學生上網蒐集許多與小組旅遊地點有關的資料，再直接將資料複製貼在討論板上，以回應教師提出的問題，例如 5-0106 之眉山觀音寺、5-0109 之龍虎山郊野公園、5-0110 之大坑和 5-0112 之合歡山越嶺古道；一大串資料幾乎沒有個人的想法，此表示學生不慣於、也不擅於去做表達、預測及解釋之推理。教師進一步引導如下。

【原案三】

5-0201 Teacher（12-11-2003）：各位同學你們已經很努力的發表一些想法，但是請你們再想想有沒有其他的想法，比如說：1.看看別人的文章可不可以提出問題？2...可以給一些實際的經驗做參考？3....

.....

5-0203 S05036（12-11-2003）：請問一下：那裡（龍虎山）最好的風景是在哪阿？那裡好玩嗎？~~~你印象最深刻的地方是哪阿？

5-0204 S05152（12-12-2003）：我想去大坑：上星期我們全家去大坑...很開心，...很多人在賣高山出產的農產品，我老媽最愛那一段，她說...一星期的菜都在這裡解決。

5-0205 S05125（12-15-2003）：...你說的地方（龍虎山）在哪裡？好像不在台灣。你怎麼去呢？要做飛機還是坐船？

5-0206 S05125（12-15-2003）：（月眉山）好走嗎？會走很久嗎？一般體力可以應付嗎？偶去爬玩山會很累你們會嗎？

教師藉探索式提問「有沒有其他的想法...看別人的文章提出問題」去啟發學生推理及引發較高層次的思考。而由 5-0203「（龍虎山）最好的風景在哪？...」、由 5-0205「（龍虎山）在哪裡？好像不在台灣。...」、及由 5-0206「（月眉山）好走嗎？...」知學生能觀察被給的材料（1b），聚焦在一個情境或問題之部份，這些思考過程連結到捷思的「定焦」與批判性思考。而由 5-0205「要做飛機還是坐船？」和 5-0206「一般體力可以應付嗎？我去爬玩山會很累你們會嗎？」，則表示 S05125 結合之前經驗而產生新問題（5a），此是連結到捷思的「反射」與創造性思考。教師藉「給實際的經驗」引導學生去作回憶適當資訊（2c）的「分析」，以啟發學生思考日常生活問題，但卻只有學生 S05152 回應，如 5-0204 之「大坑...很多人賣農產品，...我老媽最愛」。至此小組對其主題地點尚未聚焦，教師繼續引導如下。

【原案四】

5-0301 Teacher（01-06-2004）：投票區。經過大家熱烈的討論，請選出你最想去的地點？並說一說為什麼？

5-0302 S05036（01-06-2004）：我最想去的地方是.....大坑.....，因為我剛剛看了那裡的介紹，發現...那裡也有...，有吃的，有玩的，...~~我小的時候也曾經去過那裡，.....我差點掉下去，.....

.....

5-0305 S05128（01-15-2004）：（大坑）那有非常多的遊樂器材，還有賣菜，適合全家大小去健身。

5-0306 S05152（01-15-2004）：大坑聽說有很多條路徑可以換來換去，不會無聊。

…….

5-0308 S05125（01-16-2004）：大坑台中：會有意點冷冷的，不適合。

教師藉聚焦式提問「投票區」指示各小組學生作觀察被給之資料（1b）之「定焦」，如龍虎山、…或大坑，以作勾勒出結果（3a）之「決定」；同時藉檢驗式提問「說一說為什麼」指導學生去作陳述結論是如何得到（4c）的「證實」。在適時引導下，學生開始以個人實際經驗去表達自我之觀點，例如由 5-0302「最想去大坑，…小時候曾去過…差點掉下去」、5-0305「…遊樂器材、…賣菜，適合…健身」、5-0306「路徑換來換去，不會無聊」以及 5-0308「冷…，不適合」知學生在作回憶適當資訊（2c）的「分析」和陳述結論是如何得到（4c）之「證實」。最後該組票選去勾勒出一個結果（3a），「決定」以大坑（地名）為目的地。另外大約在學生探究旅遊地點的期間，教師同時進行以下引導。

【原案五】

5-0401 Teacher（12-02-2003）：旅遊前有什麼我們需要知道的嗎？出遊前需要計劃哪些事情？

…….

5-0403 S05128（12-14-2003）：登山要注意：天氣變化大，太冷不能去，體力不好、寒流來襲、沒有登山老手一起不能去，所以登山真的很難找到好日子。

…….

5-0405 S05125（12-15-2003）：要去之前計畫好麻煩：我們都看我霸心情好不好，都沒有計畫，請大家告訴我怎樣計畫比較好呢？

教師藉探索式提問「有什麼需要知道？」誘發學生以其生活經驗去作產生新問題（5a）或遷移情境（5c）之「反射」。因為平時出遊的一切規劃都是大人操控，學童只要隨行即可，因而只有少數學生表達相關看法，如 5-0403 之「登山要注意天氣、體力」或 5-0405 之「看爸心情」。因此教師必須繼續去啟發主題內容之發展，其先以有人（如 5-0403 所示）討論之「天氣」為子題。

【原案六】

5-0501 Teacher（02-26-2004）：天氣預測：1.氣溫表，2.溼度表，3.說一說，是否適合你的主題旅遊，為什麼？

…….

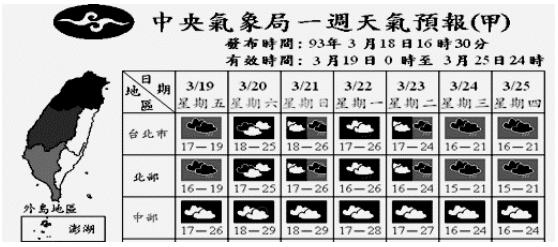
5-0503 S03043（03-01-2004）：全台灣天氣預報

日期	天氣	風向	溫度（℃）	濕度（%）
3/2（週二）	多雲有雨 天氣轉涼	北風 4 級	16 至 21	85 至 95
…				
3/8（週一）	大致多雲	東風 5 級	15 至 19	70 至 90

5-0504 S05152（03-02-2004）：大坑常常下雨後要好久才能去。先規劃好像太難了，應該起床看一看就可以決定。

…….

5-0507 S05036（03-19-2004）：中部這幾天天氣都不錯



…….

教師藉聚焦式提問「天氣預測」再一次

讓學生去「定焦」。接著一串有關「天氣」子題的推理產生，學生的思考漸漸相關到捷思模式的子技能；比如他們皆能確認手邊的任務（1a），「定焦」在天氣上，然後由 5-0503 知 S03043 能將相關的訊息（如天氣、風向…）以一目錄去組織資訊（2a），由 5-0507「中部這幾天天氣都不錯」知 S05036 將網站上天氣預報之資料貼上之餘，並能作推測（2f）天氣之「分析」。由 5-0504「大坑常下雨且…」知 S05152 能作回想適當資訊（2c）之「分析」，並作發現另一趨近（5d）之「反射」，即「起床看天氣再作決定」。

活動至此，研究者發現學生的推理大多偏向「非數學」的過程；其可能由於學童典型的認為數學問題是起源自書本（Rudnitsky, Etheredge, Freeman, & Gilbert, 1995），而沒有想到是來自被數學問題環繞的真實世界。由訪談學生，教師知他們有搭乘計乘車或公車之經驗，因此其設計一個有關「行」的情境去協助學生思考。

【原案七】

5-0601 Teacher（03-01-2004）：交通工具：計算距離 1.搜尋資料。2…使用的交通工具？3.車資如何計算（車票多少錢）？4…？需要加多少公升？

5-0602 S05152（03-04-2004）：台中市計乘車：日間起跳 1.5 km 60 元，每 250 m 加 5 元，每 3 min 加 5 元，夜間照表加兩成（晚上 11:00 到翌日早上 6:00），無線電叫車加 10 元，除夕到大年初五照表加 60 元。

5-0603 S05125（03-25-2004）：…車資。在全國加油站，九五無鉛汽油一公升 21.6 元，爸爸的車一公升油可以跑 10 公里。大約距離 18000 公尺，所以需要 43.2 元。停車每小時 20 元，我們大約要停留 2 小時，需要付 40 元的停車費，所以交通費用約 83.2 元。…

5-0604 S05128（03-25-2004）：…搭乘台中客運 60、…號，亦可搭乘仁友客運 2、…號。全票 18 元，半票 10 元。往大坑，大人 2 個，小孩 2 個〔18 元 × 全票人數 + 10 元 × 優待票人數〕× 3；(18 × 2 + 10 × 2) × 3 = 168 元

教師藉聚焦式提問「車資如何計算？需要加多少公升？」等讓學生觀察被給的材料（1b），以「定焦」在生活中與數學相關的情境上。而學生皆能確認手邊的任務（1a），「定焦」在交通工具上。更進一步由 5-0602 知 S05152 能以計乘車不同計費方式（如日、夜間與特殊狀況之計費）作資料分類（2b）去「分析」資訊；但他並未進一步利用此資訊去作任何與數學有關的探究與討論。但是由 5-0603 及 5-0604 知，S05125 和 S05128 除了能靠回想適當資訊（2c）去「分析」爸爸開車之車資（如爸爸汽車加九五汽油、耗油量與停車費），或搭乘公車之花費（如全票與半票之票價），尚能利用這些資料去作推測（2f），如汽車跑 18000 公尺與停 2 小時，或大人 2 個、小孩 2 個共搭乘三趟車；最後他們並能作以文字敘述表示資料（2e）或以公式化連接（2d）之「分析」，作決定答案（3b）之「決定」，如「油費需要 43.2 元和…所以交通費用約 83.2 元」或「(18 × 2 + 10 × 2) × 3 = 168 元」。

由於六年級學生發展數學問題時「食物」與「貨幣」二物件大概共佔六、七成左右，而衣、住、行三項出現率則微乎其微（馬秀蘭, 2001, 2004），因此教師為了繼續引導學生去察覺日常生活忽略的事物與讓他們看出實際世界與數學之連結，其再給指示。

【原案八】

5-0801 Teacher（04-05-2004）：台中大坑登山：想一想針對主題，去這個地方跟其它地方比，有什麼是最重要、最不同的要點。根據食、衣、住、行、育、樂提出看法。

…….

教師藉探索式提問「食衣住行育樂」，引導學生進一步思考以他們的「生活經驗」為中心之其它情境活動。由於學生之前已思考過與「行」相關的數學內容情境，故討論逐漸活絡；他們能確認手邊的任務（1a），由生活經驗引發不少問題情境（子題）的架構，其中也有部份包含數學內容，例如「定焦」在買礦泉水和買糧食之「食」、買登山鞋和登山步道之「行」或相片費計算之「樂」上；他們甚至產生新問題（5a），「反射」到登山要領以及迷路時的應變方案等；同時他們亦能去佈置各情境之內容，比如公式化連接（2d）或組織資訊（2a）去「分析」八個步道的長度、時間和難易度，而勾勒出結果（3a），進而去規劃出登山步道設計圖，以「決定」來回相配的步道等。活動至此（2004年 4 月中旬），教師儘量不去介入學生思考的方向和討論的內涵，只有當必要時才提出建議或指導，此時子題架構及情境內容安排之責任已逐漸轉移至學生身上。

(二)結果與分析

1.小結 1

由上可知，在實務推理活動之前、中期，教師須給予學生引導，即適時作問題架構的設計和情境內容的佈置；其中教師可透過提問策略去引導學生在相關之問題情境中發展有關五段式推理捷思模式之思考。例如藉「說一說想法」去促進學生討論與推理；藉「投票區」、「找出地方」引導學生「定焦」；藉「說些別的」、「給經驗例子」引導學生作「分析」；藉「說明理由」引導學生作「證實」；藉「旅遊前有什麼需要知道」誘發學生作「反射」。並藉「車資如何計算」及「需要加多少公升」引導學生「定焦」在生活中與數學相關的情境上。因此在活動之前、中期，教師是完全介入之指揮家，活動中、後期，教師的角色轉為教練，其逐漸退居到只有在必要時才提出指導。

2.小結 2

教師適時的引導大多能激發學生的思考與討論，因此教師之引導能幫助學生創造實務推理之經驗；學生從開始茫然不知如何做推理，到只能回應教師給予的指示（如呈現一堆幾乎沒有個人想法之網路資料），再到會以教師設計好之問題架構（如天氣預測或計算距離等），去佈置情境內容（如作天氣預報或分析計乘車、公車之費用等），最後進展到能主動的以其生活經驗去主導問題架構和情境內容；即隨著學生推理能力的提昇，推理架構責任轉移至學生的身上。其中「問題架構」可提高學生對其主題認知的複雜度，以培養其應用能力，「情境內容」之佈置涉及到學童社會背景與經驗。例如：學生考慮登山健行需要喝水和好走的鞋子問題，而佈置買礦泉水及買登山鞋之情境內容；考慮到旅遊拍照，而佈置相片費計算之情境內容；考慮步道問題，則有八個步道長度、時間和難易度計算等之一系列情境內容出現（馬秀蘭, 2005a）。

二、學生在實務推理過程中捷思之表現

(一)資料分析

當學生是愈來愈有經驗去作推理時，其過程所包含之捷思就愈豐富。以下將以五段式推理捷思去分析原案九之登山健行小組「買礦泉水」子題與原案十之生態之旅小組「相片費計算」子題，藉以了解學生推理捷

思的表現。因五段式中每一段並非獨立，故作者是以學生思考「偏向較明顯」的分類子技能來分析之。

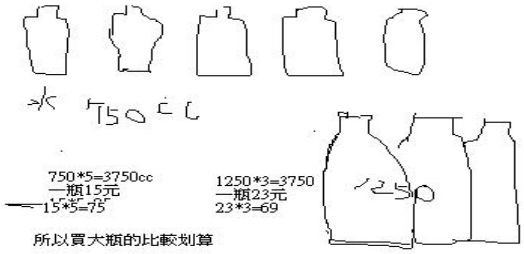
【原案九】

＜5-0701＞S05152（03-18-2004）

5-0701a：考慮買礦泉水

5-0701b：可以買大瓶的

5-0701c：



＜5-0702＞S05128 （03-18-2004）

5-0702a：我覺得有問題

5-0702b：如果買大瓶水 3 瓶，很不方便，超過三個人怎麼分。建議還是不要省錢，買小瓶比較方便。

＜5-0703＞S05036（03-18-2004）

5-0703a：Re：S05128：覺得有問題

5-0703b：爬山最重要的行李就是水，每個人可以自己用水壺裝水，就不用買礦泉水，應該把錢花在補充體力的巧克力和乾糧。

5-0703c：如果我們有四個人，買一盒巧克力 300 元（30 塊），…統一麵…原價 7*4＝28 元，不如買整包 30 元，有五小包，…蘇打餅…，300＋38＋24＋30＋128＋30＝540。

5-0703d：四個人分攤，540/4＝135 元

＜5-0704＞S05036（05-14-2004）

5-0704a：Re：S05152：考慮買礦泉水

5-0704b：…買小瓶的比較好阿，…你必須考慮到在山上比較不方便，…你帶杯子上去也行阿。

…….

＜5-0707＞S05036（05-20-2004）

5-0707a：「明確的報導（礦泉水）…」

5-0707b：礦泉水及包裝飲用水是加油站最常見的贈品，有些礦泉水產品沒有「GMP 認證字號」、…。…在生菌數方面：…；在礦物質含量：…包裝飲用水最大容許量為 500 ppm…

＜5-0708＞S01021（06-11-2004）

5-0708a：我在這個網址找到了什麼是 ppm，http:/…

5-0708b：礦物質含量...ppm 的意思是表示 Parts per million…。…

由 5-0701a「考慮買礦泉水」知 S05152 在登山健行情境下作產生新問題（5a）之「反射」。由 5-0701b 知他以「可以買大瓶的」作勾勒出結論（3a）之「決定」。由 5-0701c 知他以繪圖去組織資訊（2a）、藉乘法運算（如 750*5 = 3750 等）作公式化連接（2d）之「分析」；最後因小瓶 75 元，大瓶 69 元，作解釋「買大瓶」結論正確（4b）之「證實」。由 5-0702a 知 S05128 觀察被給之資料（1b），即「定焦」在買礦泉水上。由 5-0702b 知他以「超過三人不易分」作測試結論（4a）之「證實」，而以「買小瓶較方便」作勾勒出結果（3a）之「決定」。由 5-0703a 知 S05036 亦觀察被給之資料（1b），即「定焦」在買礦泉水上。由 5-0703b 知她回想適當資訊（2c），以「用水壺裝水」去「分析」情境，而作遷移情境（5c）「錢花在食物上」之「反射」。由 5-0703c 知她將各種食物（如巧克力等）資料分類（2b），並以乘法、加法運算（如 7*4 = 28 等）作公式化連接（2d）之「分析」。由 5-0703d「四個人分攤」知她作產生新問題（5a）之「反射」，再以除法運算（540/4 = 135）作公式化連接（2d）之

「分析」，最後以「135 元」作決定答案（3b）之「決定」。

由 5-0704a 知 S05036 觀察被給之資料（1b），再次「定焦」在考慮買礦泉水上。由 5-0704b 知她以「山上不方便」去作解釋「買小瓶」結論正確（4b）之「證實」，最後作發現「帶杯子」另一趨近（5d）之「反射」。由 5-0707a「明確的報導（礦泉水）」知 S05036 作遷移情境（5c）之「反射」。由 5-0707b「GMP 認證、…、礦物質含量」知她作闡明術語（1c）之「定焦」與表示資料（2e）之「分析」。由 5-0708a 知 S01021 透過網路資料去闡明術語（1c），即「定焦」在 ppm 上。由 5-0708b「ppm 表示 Parts per million…」知她作表示資料（2e）之「分析」。

【原案十】

＜4-1001＞S04035（04-30-2004）

4-1001a：拍完的相片沖洗，…

4-1001b：規格特價：沖片費只收$15.00 元，…4×6 照片$3.20 元…。如果出去玩 2 天 1 夜，差不多要拍掉 2 捲的底片，1 捲 36 張相片…預估會洗出 9 成的照片，36×0.9＝32.4，所以 36 張可以洗成 32 張，（32×3.20）×2＝204.8，所以 2 捲共要 205 元，再加上 2 捲的沖洗費要 235 元（205＋15×2＝235）

4-1001c：通常洗 1 捲照片會送 1 張 5×7 的放大照片，…如果我們再把 2 捲其中的 8 張加洗放大成 5×7 的照片，（8×6.00＝48）需要 48 元，…再加原本要付的價錢，（235＋48＝283）要 283 元

4-1001d：如果我們全家 4 人，要分擔這些錢，（283÷4＝70.75），平均每人要付 70 元；所以有一個人要付 71 元，有三個人要付 70 元。

4-1001e：再加底片的價錢，如果底片一組兩捲，需要 99 元，剛好我們需要兩捲，我們全家 4 個人分擔 99 元（99÷4＝24.75）。有一個人要付 25 元，其他三個人要付 24 元。

4-1001f：所以每個人都要付照片和底片的錢，所以有三個人要付 94 元（70＋24＝94），另一個人要付 96 元（71＋25＝96），…。

＜4-1002＞S04140（05-03-2004）

4-1002：你寫了這麼多，我搞不懂，你可不可以告訴我，一張相片的價錢大概多少錢，…

＜4-1003＞S04035（05-07-2004）

4-1003a：我來幫你解釋清楚…

4-1003b：**假設你要的是 1 張 4×6 的照片，要 3.20 元；**沖洗費 1 張 15 元，**還有底片 2 捲 99 元，所以 1 捲 49.5 元（99÷2＝49.5），1 捲 36 張，所以 1 張要 1.375 元（49.5÷36＝1.375）；1 張相片的價錢就是 19.575 元（3.20＋15＋1.375＝19.575）。所以是 20 元。

…….

＜4-1005＞S04035（05-10-2004）

4-1005a：（我之前算錯了…）~@我本來以為沖洗費 1 張 15 元，結果是 1 捲 15 元，所以要改成… @~

4-1005b：假設你要的是 1 張 4×6 的照片…，沖洗費…1 張是 0.5 元（15÷36＝0.416），底片…，1 張相片的成本就是 5.2 元（3.20＋0.5＋1.5＝5.2）。所以是 5.5 元。

…….

＜4-1008＞S06154（06-14-2004）

4-1008a：一捲底片大約 70 元，洗一捲底片約 15 元，一張照片約 4 元，一捲底片

大約有 36 張；

4-1008b：洗底片成功率大約是 9 成，36 × 0.9 = 32.4，…可能只會成功 32 張照片。所以基本上一張相片的成本：底片的錢 + 洗底片的錢 =（70 + 15）÷ 32 = 2.65，還有照片的錢 4 元，所以 2.65 + 4 = 6.65。因此相片的成本有底片的錢、洗底片的錢和照片的錢。

由 4-1001a「相片沖洗」知 S04035 在生態之旅情境下作產生新問題（5a）之「反射」。由 4-1001b「沖片費只收$15.00 元，…4 × 6 照片$3.20 元，…要拍掉 2 捲底片」知她回憶適當資訊（2c），由「預估會洗出 9 成」知她作推測（2f），並以乘法、加法運算（如 36 × 0.9 = 32.4 等）作公式化連接（2d）之「分析」。由 4-1001c「送放大照片」知她作回憶適當資訊（2c）之「分析」，由「8 張加洗放大」、「…235 + 48 = 283」知她再作推測（2f）及公式化連接（2d）之「分析」，並以「283 元」作決定答案（3b）之「決定」。由 4-1001d「全家 4 人分擔錢」知她作遷移情境（5c）之「反射」，並以除法運算（283 ÷ 4 = 70.75）作公式化連接（2d）之「分析」，再以「一人付 71 元，三人…」作決定答案（3b）之「決定」。由 4-1001e「如果底片一組兩捲」、「99 ÷ 4 = 24.75」知她作回憶適當資訊（2c）及公式化連接（2d）之「分析」，再以「一人付 25 元，三人…」作決定答案（3b）之「決定」。由 4-1001f 知她以「付照片和底片的錢」作勾勒結果（3a）之「決定」；最後以「70 + 24 = 94，…」作公式化連接（2d）之「分析」，再以「一人付 96 元，三人…」作決定答案（3b）之「決定」。

由 4-1002「一張相片的價錢大概多少錢」知 S04140 作觀察被給之資料（1b）之「定焦」。由 4-1003a「…解釋清楚」知 S04035 作確認手邊的任務（1a）之「定焦」。由 4-1003b「照片 3.20 元、沖洗 15 元及底片 2 捲 99 元」知她將沖洗相片作資料分類（2b），並以除法、加法運算（如 49.5 ÷ 36 = 1.375 等）作公式化連接（2d）之「分析」；再以「1 張相片 20 元」作決定答案（3b）之「決定」。由 4-1005a「本來以為沖洗費 1 張 15 元，結果是 1 捲 15 元」知 S04035 作測試結論（4a）之證實；由 4-1005b 知她進行與 4-1003b 相似之「分析」與「決定」。由 4-1008a 知 S06154 觀察被給之資料（1b），即「定焦」在沖洗相片上。由 4-1008b 知他作「洗底片成功率大約是 9 成」之推測（2f）與作「36 × 0.9 = 32.4」公式化連接（2d）之「分析」，再將 1 張相片所有費用資料分類（2b），並以加法、除法運算（如（70 + 15）÷ 32 = 2.65）作公式化連接（2d）之「分析」，再以「1 張相片 6.65 元」作決定答案（3b）之「決定」，最後以「相片的成本有…」作陳述結論如何得到（4c）之「證實」。

(二)結果與分析

1.小結 1

由上可知，每位學生思考過程所涉及到之捷思不同，其中五個階段不是依序固定出現，每一個階段也不是必要發生，亦可能重複出現；因此學生呈現的捷思可能是跳躍式或是來回移動的。例如在原案九，S05152：反射（5a）→決定（3a）→分析（2a、2d）→證實（4b）；S05128：定焦（1b）→證實（4a）→決定（3a）；＜5-0703＞之 S05036：定焦（1b）→分析（2c）→反射（5c）→分析（2b、2d）→反射（5a）→分析（2d）→決定（3b）；＜5-0704＞之 S05036：定焦（1b）→證實（4b）→反射（5d）；＜5-0707＞之 S05036：反射（5c）→定焦（1c）→分析（2e）；S01021：定焦（1c）→分析（2e）。在原案十，＜4-1001＞之 S04035：反射（5a）→分析（2c、

2f、2d、2c、2f、2d）→決定（3b）→反射（5c）→分析（2d）→決定（3b）→分析（2c、2d）→決定（3b、3a）→分析（2d）→決定（3b）；S04140：定焦（1b）；＜4-1003＞之S04035：定焦（1a）→分析（2b、2d）→決定（3b）；S06154：定焦（1b）→分析（2f、2d、2b、2d）→決定（3b）→證實（4c）。

由上亦可知，學生思考過程相關到「分析」的子技能較多（如S05152有2a、2d，S06154有2f、2d、2b、2d等），此反應大部份學生習慣作「基本的思考」。但是無論學生在面對問題時之思考是相關到那些階段的捷思，這些「過程技能」都是提供他們去趨近、了解或解答問題所需要的方向。因此本研究驗證五段式捷思是可用的，學生在實務推理中都會發展這些思考過程。

2.小結2

好的推理者發表次數較多，他們除了會作「基本的思考」外，亦會作有關後設認知思考之「證實」以及創造力之「反射」，即傾向高層次思考之「批判性思考」以及「創造性思考」。例如依Krulik和Rudnick（1993）看法，原案九之S05036和原案十之S04035，當與同儕比較時，他們是好的推理者與解題者。因他們會藉著豐富的技能、知識，來回嘗試新的趨近，因而發表次數較多；他們的思考是發散的，渴望去觀察新情境，因而擅作「反射」：他們會作後設認知之思考，因而會作「證實」。S05036和S04035在整個推理活動中各發表61和41次，在二人所屬小組中是發表次數較多者（如表1所示），而在本節子題中亦各有三次發表。同時由原案九之5-0703b、5-0703d知S05036思考涉及到遷移情境（5c）（將錢花在食物上）、產生新問題（5a）（四人分攤）之「反射」；由5-0704b知她涉及到解釋結論正確（4b）（山上不方便）之「證實」以及發現另一趨近（5d）（帶杯子）之「反射」；由5-0707a知她涉及到遷移情境（5c）（GMP…的報導）之「反射」。由原案十之4-1001a、4-1001d知S04035思考涉及到產生新問題（5a）（相片沖洗）、遷移情境（5c）（全家4人分擔錢）之「反射」；由4-1003a知她涉及到陳述結論是如何得到（4c）（1張4 × 6相片價錢）之「證實」；由4-1005a知她涉及到測試結論（4a）（1捲算錯成1張）之「證實」。

3.小結3

學生透過主題趨近在各情境的互動過程中，逐步去察覺日常生活情境中忽略的事物。例如在原案九中，學生由個人不同的價值觀察覺登山健行時買水或帶水的情況、礦泉水中礦物質含量等事物；在原案十中，學生藉探究、表達、臆測與解釋，逐次察覺一張相片的成本包括底片費、沖洗費與照片費。其中在「非數學」思考的過程中，學生的推理大多傾向個人對該實際問題的自我概念表白，也就是關係到個人對問題「價值」之看法，比如有的人為「經濟」理由考慮買大瓶礦泉水或自己帶水壺，有的人為「方便」理由考量買小瓶礦泉水等，或有的人習慣拍2捲照片、洗4 × 6大小的照片、加洗放大成5 × 7的照片等，這些皆是學生自我概念的表達。此有關個人價值的表現正符合Korsgaard（1996）與Murdoch（1970）對實務推理的看法，因此學生是在進行Audi（1991）所謂之「實務的思考」，因他們遇到該如何買礦泉水（或計算相片費）之問題，而這些是學生主動設計之情境與佈置之內容，是他們個人在乎與蓄意要完成的問題，而完成的過程中涵蓋個人的選擇（如買大、小瓶礦泉水、帶水壺等）、事實的回想（如山上不方便或錢應花在食物上等）以及理論上的推理（如以大、小瓶礦泉水在相等容量下的花費，去決定何者划算的數學理論），其中或許會構

成信念（如經濟等考量），以上活動皆是學生個人在實踐其判斷的表現。

逐漸部分學生的思考轉向包含「數學」的內容，此表示他們能看出實際世界與數學之連結，他們能用數學的加減乘除法概念去解題。例如在原案九，由＜5-0701＞知 S05152 能計算小瓶和大瓶礦泉水的容量(750 × 5 = 3750 cc、1250 × 3 = 3750 cc)，以及該容量下二者之總價（15 × 5 = 75 元、23 × 3 = 69 元)；此說明他具有乘法概念，知如何應用「單價法」去作乘法之應用。由＜5-0703＞知 S05036 能計算四個人分攤的花費（300 +…+ 30 = 540，5410/4 = 135），此反應她具有加、除法概念，知如何應用「均分」去作加、除法之應用。在原案十，由＜4-1005＞及＜4-1008＞知 S04035 及 S06154 能計算一張相片的的錢，如（70 + 15）÷ 32 = 2.65、2.65 + 4 = 6.65；此亦表示他們有上述相似之概念。

三、學生在實務推理過程中涉及到之思考層次

(一)資料分析

以下將以 Krulik 和 Rudnic（1993, 1999）主張之推理包含基本的、批判性以及創造性三種思考，去分析四個原案，以了解學生在實務推理過程中所涉及到之思考層次。

【原案十一】

6-0701 S06154（03-25-2004)：我們家裡有 5 個人蛋塔 4 個 35 元，35/4 = 8.75，每個平均 8 元；椰子塔 4 個 49 元，…每個平均 12 元；葡式蛋塔 4 個 55 元，…每個平均 13 元；買 8 個蛋塔要 8*8 = 64，買 7 個椰子塔要 12*7= 84，買 6 個葡式蛋塔要 13*6 = 78，五個人去買 8 個蛋塔最划算(64 < 78 < 84)。

6-0702 S06129（03-25-2004)：我覺得你很奇怪蛋塔 4 個 35 元，椰子塔 4 個 49 元，葡式蛋塔 4 個 55 元。五個人去買 8 個蛋塔最划算，不用算就知道了，買蛋塔最划算，因為每種都是四個，比價錢就可以知道，這樣你懂嗎？

【原案十二】

2-0901 S02148（05-20-2004)：…如果要吃十鍋怎樣比較便宜算算看泡菜火鍋 109 元、麻辣火鍋 109 元、喜喜鍋 79 元（一人份)、何風燒烤 129 元（兩人份)。109*10 = 1090，…，79*10 = 790，129*5 = 645。1090 = 1090 > 790 > 645，何風燒烤最划算

2-0902 S02033（05-20-2004)：Re：何風燒烤最划算這不是哪個划算的問題，而是顧客較喜歡吃哪種火鍋的問題!! 我覺得你是白花心血，因為以價錢來看誰划算，只要看單價比較低就行了。

由原案十一之 6-0701「蛋塔 4 個 35 元，35/4 = 8.75，每個平均 8 元；…」，知 S06154 能藉「總價/個數」之等分除分別求出三種蛋塔每個的價錢，此說明他具有除法概念，知如何應用它去確認和計算各食品之「單項單位（singleton unit)」；其次由「買 8 個蛋塔要 8*8 = 64，買 7 個椰子塔…」知他採用「單項單位」價錢，再分別去計算不同個數的食品總價，此則是反應他具有乘法概念，知如何應用「單價法」作乘法應用。由原案十二之 2-0901「109*10 = 1090，…，129*5 = 645」，知 S02148 具有乘法概念，能以「單價法」去作乘法應用，並由「129*5 = 645」知他也能把兩個物體當成一個單位，即以「複合單位（composite unit)」或「倍數法」去作乘法應用。以上例子反應這兩位學生能了解、辨

認除法或乘法概念以及它們之間的應用，其推理主要是連結到「基本的思考」。另外由 6-0701 的「64 < 78 < 84」及 2-0901 的「1090 = 1090 > 790 > 645」發現，即使學生已知食品單價，但他們仍以計算後之總價去比較價格划算的問題，此可能是受「數學是計算」信念以及我們在日常生活中總是計算總價然後付錢的經驗影響（Ma & Wu, 2006）。

然而數學是遠超過計算和得到的答案而已；在原案十一的 6-0702 中，S06129 指出「因為每種（蛋塔）都是四個，比價錢就可以」，以此方法勾勒出「不用算就知道，買蛋塔最划算」之結論；此表示他能評估問題，以「複合單位」之觀點去比較價錢。在原案十二的 2-0902 中，S02033 指出「以價錢來看誰划算，只要看單價比較低就行了」，以此方法支持「何風燒烤最划算」之結論；此表示她能依據食品（泡菜火鍋、…）之「單項單位」去比較價錢。以上例子皆反應這兩位學生能進一步檢查和分析資料，並且從中勾勒出有效的結論，其推理主要是連結到「批判性思考」。

【原案十三】

1-0602 S01031（04-28-2004）：真的奇怪耶自家車子錢要花 20*3 = 60（停車費），500 + 60 = 560（500 油錢）這麼多錢好可惜歐，建議大家改成坐公車去。先坐從大雅到台中市，再從台中市坐到科博館，要 2 趟。大人 2 人小孩 2 人，需要全票 18 元半票 10 元，要 2*（2*18 + 2*10）= 112

…….

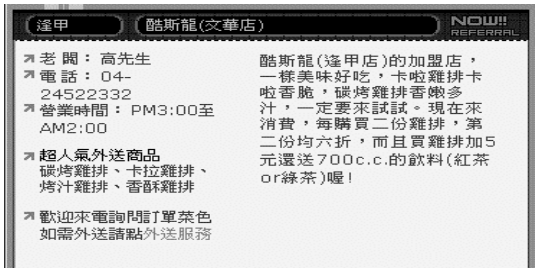
1-0605 S01030（05-29-2004）：…我認為從大雅到台中要做一趟班車，再從台中做公車到科博館就已經是兩趟了，大人既然是兩人，小孩也是兩人，而且是來回兩趟所以應該是（18*2 + 10*2）*4 =（36 + 20）*4 = 224，A：224 元　別人的答案都是錯的

原案十三發生在一系列討論自己開車或搭計乘車之花費後。由 1-0602 知 S01031 檢查和組織一些有關搭公車之事項，如指出「從大雅到科博館，要 2 趟公車」，並能辨認大人 18 元及小孩 10 元之「單項單位」之票價，去計算 2 位大人及 2 位小孩的花費，以及求出 2 趟公車之總價；此說明他具有乘法概念，能以「單價法」作乘法應用（如 2 × 18 等），同時他也具有加法概念，能作加法「添加型」應用（如 2 × 18 + 2 × 10），最後能以「倍數法」作乘法應用（如 2 ×（2 × 18 + 2 × 10））。此顯示 S01031 的推理主要是連結到「基本的思考」。但因她沒有檢查問題之所有觀點，只考慮到部分情況（單程），故其推理沒有導致正確結果；之後一些學生追隨著她推理之路線作討論，因而也沒有合理的答案產生。最後由 1-0605 知 S01030 能檢查及評估行程之所有面向，而分析出從大雅到科博館不只是兩段票，尚且是來回兩趟之行程，她勾勒出一個正確的結論。此表示 S01030 能收集、組織、記憶與分析有關搭公車之資訊，故其推理主要是連結到「批判性思考」。

事實上 S01030 在批判的過程中，也以「單價法」作乘法應用（如 18 × 2、10 × 2），再作加法「添加型」應用（如 18 × 2 + 10 × 2），最後再以「倍數法」作乘法應用（如（18 × 2 + 10 × 2）× 4）；以上這些技能也是「基本的思考」一部份。此表示批判性思考層次是向下使用到基本的思考技能，因此在基本的和批判性思考之間有來回移動的交集存在。

【原案十四】

2-0705 S02033（04-20-2004）：……酷斯龍（逢甲店）的加盟店，…



2-0706 S02033（04-29-2004）：……酷斯龍（逢甲店）的加盟店，...現在來消費，每購買二份雞排，第二份均六折，...每一份雞排是 30 元，所以如果買四份的話是 120 元，30 + 30 = 60，30*0.6*2 = 36，36 + 60 = 96，所以四份總共是 96 元，每一塊雞排平均 24 元（96/4 = 24）。原價*折數=售價，30*□ =24，□= 0.8，所以，買偶數塊炸雞，打 8 折。每購買二份雞排，第二份打 6 折，可以算出來相當於買兩塊打 8 折

@@原價*1 + 原價*0.6 = 原價*2*0.8

@@原價*1.6 = 原價*1.6-----合理

由 2-0705 知 S02033 只是直接將網站上之資料作複製與貼上而已，故未做基本的思考。由 2-0706 知 S02033 則進一步利用圖表透露的有關基排資料（如原價 30 元及第二份六折），綜合觀念去計算折數（96/4 = 24，30*□ = 24，□ = 0.8），而產生一個原創、有效的成果（買四塊 8 折）而決定「買偶數塊 8 折」之結果。此顯示她的推理主要是連結到「創造性思考」。另依方面她能回憶已學過之資訊，如折扣、等式等數學概念，利用「原價 × 1 + 原價 × 0.6 = 原價 × 2 × 0.8」去對產生的成果（8 折）作分析和證實，最後決定答案是合理的。此反應她的推理也涉及到「批判性思考」。

事實上 S02033 在創造的過程中，必須收集和組織相關的資訊（如雞排價錢、折扣），然後才能勾勒出正確的結論（8 折）；這些技能也是「批判性思考」之一部份。此表示創造性思考層次是向下使用到批判性的思考技能，因此在批判性和創造性思考間有來回移動的交集存在。而她在批判的過程中，也以「單價法」作乘法應用（如一份 30 元，四份是 120 元等），再作加法「添加型」應用（如 36 + 60 = 96），最後作除法「反求因子」之應用（如 30*□ = 24）；以上這些技能也是「基本的思考」一部份。此反應批判性思考層次是向下使用到基本的思考技能，因此在基本的和批判性思考之間有來回移動的交集存在。

(二)結果與分析

1.小結 1

由上可知，學生能從給予的一組資訊中，推斷出一個合理結論，此表示他們都作了 Krulik 和 Rudnick（1993）所謂之「思考」。例如原案十一的 S06154 和 S06129 能從各有 4 個不同種類蛋塔的價錢中，以「單項單位」或「複合單位」不同方式去推論全家五個人去買那一種蛋塔最划算；原案十二的 S02148 和 S02033 也以上述方式，比較不同種類火鍋各十鍋的價錢。原案十三的 S01030 能由搭乘公車相關之資訊中，分析大雅到科博館的情況，而計算出一個正確的票價。原案十四的 S02033 能從某加盟店圖表給予的雞排價格資訊中，分析買偶數塊炸雞的價格，並推論出 8 折合理的結果。

上述學生都作了思考，但其思考主要之技能卻連結到不同之層次。有的是聯繫到概念之了解和辨認概念在一個情境下之存在以及它們的應用之「基本的思考」，例如原案十一的 S06154 和原案十二的 S02148 能了解和辨認除法或乘法概念，以及它們之間的應用。有的學生則有較高層次的思考，如對所遭遇到的問題或情境具檢查或評估的思考能

力之「批判性思考」，例如原案十一的 S06129 和原案十二的 S02033 能由對除法或乘法概念之了解和辨認，直接的檢查、分析資料，而從中決定出享用何種蛋塔或火鍋最划算；原案十三的 S01030 能檢查及評估搭公車行程之所有面向，而勾勒出正確的票價結果。有的學生則有更高層次的思考，即能產生原創、有效和複雜之成果的「創造性思考」，例如原案十四的 S02033 能綜合折扣、等式等數學概念去計算四塊雞排價格，而產生「買偶數塊打 8 折」一個創意、有效的結果。

2.小結 2

較高層次的思考會向下使用到其層次之下之技能，因而在相鄰層次之間的思考有來回移動的交集存在。例如原案十三的 S01030 在批判的過程中也能作加、乘法應用，這些技能是「基本的思考」的一部份。原案十四的 S02033 在創造的過程中也能收集、組織相關的資訊，而勾勒出正確的結果，這些技能是「批判性思考」之一部份；同時她在批判的過程中也能作加法與乘除法應用，這些技能是「基本的思考」的一部份。以上現象透露，創造性思考層次會向下使用到批判性思考技能，批判性思考層次會向下使用到基本的思考技能，這些結果驗證了 Krulik 和 Rudnick（1993, 1999）的觀點，每個層次之思考並非分離，而且每個層次是外延的使用到其層次下之技能，因而相鄰層次間有來回移動的交集存在。為了表示基本的、批判性和創造性思考的領域大小、各自獨立、互相含涉以及層次的階級，本文將其彼此間之關係，表示如圖 5，其中由上一節知學生思考過程大多進行「分析」之「基本的思考」，故它擁有較大領域。因此本研究驗證三種思考層次存在的階級與關係，並界定三種思考領域的大小。

伍、結論與建議

本研究雖然是以「學生」為主體，以「生活經驗」為中心之情境活動，但由解題推理過程可知，整個主題活動並不是聽任學生自行摸索建構，其過程乃是師生、同儕互動的結果，需教師隨時的啟發與同儕的支持；在推理過程中小組合作推理，透過討論、溝通等社會協調過程，達到知識共享，而建立較令人容易了解與有效之合作成果（馬秀蘭, 2005a）。本文目的在觀察小五學生透過網路所進行的「實務推理」，藉以探究教師引導對學生產生推理之成效、學生推理過程中捷思的表現及思考涉及之層次。本文發現與建議如下：

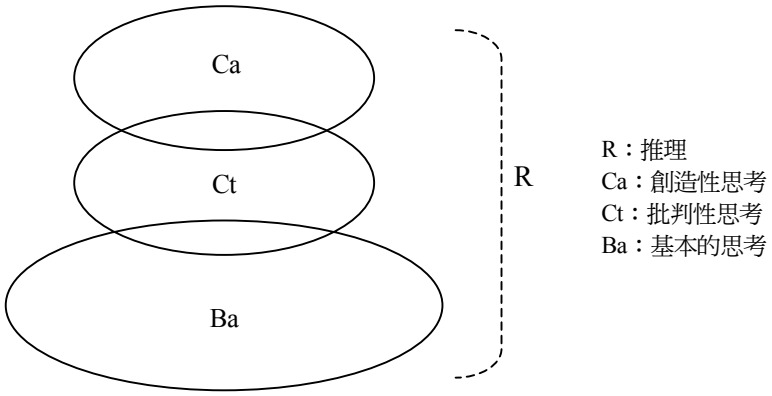


圖 5：推理之內涵

一、在實務推理活動之前、中期，教師須給予學生引導，即須適時作問題架構的設計和情境內容的佈置，到活動中、後期，教師逐漸退居到只有在必要時才提出指導；其中教師可透過提問策略去引導學生在相關之問題情境中發展五段式推理捷思模式之思考。而每次教師適時的引導大多能激發學生的思考與討論，因此教師之引導能幫助學生創造實務推理之經驗。學生從開始茫然不知如何做推理，到只以幾乎沒有個人想法之網路資料回應教師給予的指示，再到會以教師設計好之問題架構去佈置情境內容，最後進展到能主動的以其生活經驗去主導問題架構和情境內容；即隨著學生推理能力的提昇，推理架構責任轉移至學生身上，其中「問題架構」可提高學生對其主題認知的複雜度，以培養其應用能力，「情境內容」之佈置涉及到學童社會背景與經驗。因此在教學上，建議教師可以給與學生適度的引導，讓學生自我體認問題之所在以及知道該如何解決，則可以培養學生解題與推理的能力。

二、本研究驗證五段式捷思是可用的，學生在推理中會發展這些思考過程，但其所涉及到之捷思是不同的；其中每一段並非必要發生，亦可能重複出現，故呈現的捷思可能是跳躍式或來回移動的。然而無論學生思考涉及到那些階段之捷思，這些過程技能都是提供他們去趨近、了解或解答問題所需要的方向。其中學生思考過程相關到「分析」的子技能較多，此反應大部份學生習慣作「基本的思考」。而好的推理者除了發表次數較多之外，也傾向作有關後設認知思考之「證實」以及創造力之「反射」，即傾向高層次的「批判性思考」以及「創造性思考」。因此為了創造較好的解題者與推理者，建議教師可鼓勵學生去發展批判與調查，以及創造思考與想像之態度。

學生透過主題趨近在各情境的互動過程中，逐步去察覺日常生活情境中忽略的事物。其中在「非數學」思考的過程中，學生的推理大多傾向個人對該實際問題的自我概念表白，也就是關係到個人對問題價值之看法，因而學生是在進行「實務的思考」。逐漸部分學生的思考轉向包含「數學」的內容時，此表示他們能看出實際世界與數學之連結，他們能用數學的概念去解題。

三、本研究驗證推理包含基本的、批判性和創造性思考層次存在的關係與階級，並界定它們領域的大小。學生在子題中能從給予的一組資訊中，推斷出一個合理的結論，即他們能作「思考」，但其思考主要之技能卻連結到不同之層次，有的學生作「基本的思考」，有的則能作較高層次之「批判性思考」，甚至作更高層次之「創造性思考」。同時學生思考反應出，創造性思考層次向下使用到批判性思考技能，批判性思考層次向下使用到基本的思考技能，即較高層次的思考是向下使用到其層次下之技能。因而每個層次之思考並非分離，在相鄰層次之間有來回移動的交集存在。為了表示此三種思考的各自獨立、互相含涉以及層次的階級關係，研究者修正了文獻中有關推理內涵的圖形。

誌　　謝

本研究承蒙國科員會專題研究計畫經費補助（NSC 92-2521-S-275-001），計劃主持人：馬秀蘭，特此致謝。同時對審查與編輯委員們給予本文寶貴的意見與建設性的指正，獻上由衷的謝意。

參考文獻

1. 毛連塭、吳清山和陳麗華（1992）：康乃爾

批判思考測驗修訂報告。**初等教育學刊**, 11-28。
2. 王文科（2001）：**教育研究法**。台北市：五南圖書出版公司。
3. 李丹主編（1989）：**兒童發展**。台北：五南圖書出版公司。
4. 李宗薇（1997）：教學設計，載於黃政傑主編：**教學原理**（pp. 81-83）。台北市：師大書苑。
5. 林碧珍和蔡文煥（2003，10 月）：我國國小四年級學生在國際教育成就 2003 試測的數學成就表現。文章載於**九十二學年度師範學院教育學術論文發表會論文集**（pp. 1-25）。台南市：國立台南師範學院。
6. 林福來（1987）：比例推理能力的研究。載於國科會科教處主編，**認知與學習研討會專輯**, **1**, 23-45。
7. 林福來、郭份派和林光賢（1985）：比例推理的錯誤診斷與補救。**七十四年科教學術研討會論文彙編**, 115-138。
8. 洪文東（2000）：從問題解決的過程培養學生的科學創造力。**屏師科學教育**, **11**, 52-62。
9. 馬秀蘭（2001）：透過電腦網路來發展數學加減法問題之研究，**科學教育學刊**, **9**(4), 375-399。
10. 馬秀蘭（2004）：數學乘除問題情境發展之研究 -- 以BBS為管道。**科學教育學刊**, **12**(1), 53-81。
11. 馬秀蘭（2005a）：解題推理中協商交談之探究。**科學教育研究與發展季刊**, **39**, 1-15。
12. 馬秀蘭（2005b）：多重式比例問題的解決分析：相等比值或相等比率。**科學教育研究與發展季刊**, **41**, 95-108。
13. 張玉成（1998）：**思考技巧與教學**。台北市：心理出版社。
14. 張玉成（1999）：**教師發問技巧**（第二版）。台北市：心理出版社。
15. 張春興（1992）：**張氏心理學辭典**。台北市：東華書局。
16. 張春興（1995）：**教育心理學**。台北：東華書局。
17. 張美玉和吳玉明（1999）：不同學習型態學生學習表現的探討 -- 解釋推理及問題解決能力。**科學教育學刊**, **7**(3), 255-280。
18. 張麗芬（1993）：**幼兒類比推理能力之研究**。台北市：國立政治大學博士論文（未出版）。
19. 教育部（2000）：**國民中小學九年一貫課程暫行綱要 -- 數學學習領域**。教育部。
20. 郭有遹（1994）：**創造性的問題解決法**。台北：心理出版社。
21. 郭重吉（1997）：迎接二十一世紀的科學教育。**教學科技與媒體**, **33**, 3-11。
22. 陳李綢（1991）：**多重智力理論模式的驗證與智力的促進**。台北市：國立臺灣師範大學博士論文（未出版）。
23. 陳龍安（1998）：**創造思考教學的理論與實際**。台北市：心理出版社。
24. 黃幸美（2000）：兒童問答討論解決類比推理問題之探討。**臺北市立師範學院學報**, **31**, 49-72。
25. 賈馥茗（1976）：**英才教育**。台北：開南書局。
26. 劉福增譯（1997）：**邏輯新論**。台北市：心理出版社。
27. 潘淑滿（2003）：**質性研究：理論與應用**。台北市：心理出版社。
28. 鄭昭明（1993）：**認知心理學：理論與實踐**。台北市：桂冠圖書出版公司。
29. Ainley, J. (1987). Telling question. *Mathematics Teaching, 118*, 24-26.
30. Angell, R. B. (1964). *Reasoning and logic*. New York: Meredith Publishing Company.
31. Artzt, A. F. (2002). *Becoming a reflective mathematics teacher*. Lawrence Erlbaum Associ-

ates, London.
32. Audi, R. (1991). *Practical reasoni*ng. London: Routledge.
33. Ausubel, D. E. (1968). *Educational psychology: A cognitive view*. New York: Holt, Rinehart & Winston.
34. Brissenden, T. (1988). *Talking about mathematics*. Oxford, England: Basil Black-well.
35. Chang, C. Y., & Barufaldi, J. P. (1999). The use of a problem-solving-based instructional model in iniating change in students' achievement and alternative frameworks. *International Journal of Science Education, 21*(4), 373-388.
36. Coles, M. J., & Robinson, W. D. (Eds.) (1989). *Teaching thinking*. Bristol: The Bristol Press.
37. English, L. D. (1997). Promoting a problem-posing classroom. *Teaching Children Mathematics, 4*(3), 172-179.
38. English, L. D. (1998). Reasoning by analogies in solving comparison problems. *Mathematical Cognition*, *4*(2), 125-149.
39. Gardner, H. (1983). *Frames of mind: The theory of multiple intelligences.* New York: Basic Books.
40. Gartenhaus, A. R. (1984). *Museums and critical thinking skills for students*. (ERIC Document Reproduction Service No. ED249128).
41. Guilford, J. P. (1977). *Way beyond the IQ*. Buffalo, NY: Creative Education Foundation, Inc.
42. Hyman, R. T. (1979). *Strategic questioning*. NJ: Prentice-Hall.
43. Korsgaard, C. (1996). *The Sources of normatively*. Cambridge: Cambridge University Press.
44. Krulik, S., & Rudnick, J. A. (1993). *Reasoning and problem solving: A handbook for elementary school teachers*. Needham Heights, Mass: Allyn and Bacon, Inc.
45. Krulik, S., & Rudnick, J. A. (1999). Innovative tasks to improve critical- and creative-thinking skill. In L. V. Stiff, & F. R. Curcio (Eds.), *Developing mathematical reasoning in grades k-12* (pp. 138-145). National Council of Teachers of Mathematics.
46. Lamon, J. (1993). Ratio and proportion: Connecting content and children's thinking. *Journal for Research Mathematics Education, 24*(1). 41-61.
47. Langrall, C. W., & Swafford, J. (2000). Three balloons for two dollars: developing proportional reasoning. *Mathematics Teaching in the Middle School*, *6*(4), 254-261.
48. Lesh, R., Behr, M., & Post, T. (1988). Proportional reasoning. In J. Hiebert, & M. Behr (Eds.), *Number concepts and operations in the middle grades* (pp. 93-118). Reston, VA: NCTM.
49. Ma, H. L. (2005a, May). *Bulletin board systems: Aanother supporting channel for helping students work on mathematics*. Paper presented at International Conference on Education, Redesigning Pedagogy: Research, Policy, Practice. Nanyang Technological University, Singapore.
50. Ma, H. L. (2005b). A study of developing practical reasoning. In H. L. Chick & J. L. Vincent (Eds.), *Proc. 29th conference of the international group for the psychology of mathematics education* (Vol. 1, pp. 322). Melbourne, Australia: PME.
51. Ma, H. L., & Wu, D. B. (2006). Thinking processes on practical reasoning. In Ana Breda, Rui Duarte, & Manuel Martins (Eds.). *Proceedings of the international conference in mathematics, sciences and science education* (pp. 120-125). Aveiro, Portugal.

52. Marzano, R. J. (1988). *Dimensions of thinking*. Alexandria: ASCD.
53. Mason, J. (2000). Asking mathematical questions mathematically. *International Journal of Mathematical Educational in Science and Technology, 31*(1), 97-111.
54. Murdoch, I. (1970). *The sovereignty of good london*. Routledge/Ark.
55. National Council of Teachers of Mathematics (1997). *A framework for constructing a vision of algebra: A discussion document*. Reston, VA: The Council.
56. National Council of Teachers of Mathematics (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston, VA: The Council.
57. Novick, L. R. (1995). Some determinants of successful analogical transfer in the solution of algebra word problems. *Thinking and Reasoning*, *1*, 5-30.
58. Orlich, D. C. (1998). *Teaching strategies: A guide to better instruction* (5th ed.). Boston: Houghton Mifflin Co.
59. Osborn, A. F. (1957). *Applied imagination*. New York: Charles Scribiner's Sons.
60. Polya, G. (1957). *How to solve it* (2nd ed.). New York: Doubleday.
61. Rosser, R. (1994). *Cognitive development: Psychological and biological perspectives.* Massachusetts: Allyn and Bacon.
62. Rudnitsky, A., Etheredge, S., Freeman, J. M., & Gilbert, T. (1995). Learning to solve addition and subtraction word problems through a structure-plus-writing approach. *Journal for Research in Mathematics Education, 26*(5), 467-486.
63. Russell, S. J. (1999). Mathematical reasoning in the elementary grades. In L. V. Stiff, & F. R. Curcio (Eds.), *Developing mathematical reasoning in grades k-12* (pp. 1-12). National Council of Teachers of Mathematics, Reston, Virginia.
64. Sander, N. M. (1966). *Classroom question: What kind?* New York: Harper and Row.
65. Schoenfeld, A. H. (1985). *Mathematical problem solvin*g. New York: Academic.
66. Sternberg, R. J. (1997). *Successful Intelligence*. New York: Penguin, Plume.
67. Sternberg, R. J. (1999). *Cognitive psychology* (2nd ed.). Orlando: Harcourt College Publishers.
68. Torrance, E. P., & Orlow, E. B. (1986). *Torrance tests of creative thinking streamlined (revised) manual*. Bensenville, IL: Scholastic testing Service.
69. Treffinger, D. J., & Isaksen, S. G. (1992). *Creative Problem Solving: An Introduction.* Sarasota, FL: Center for Creative Learning, Inc.
70. Vygotsky, L. S. (1978). *Mind in society: The development of higher psychological processes.* Cambridge, MA: Harvard University Press.
71. Wood, K. D.(1982). *The differential effects of interspersed questions on learning from text*. Unpublished doctoral dissertation. University of Georgia.

附錄一　六小組所有子題名稱與其對應之編號

六小組所有「子題」名稱與其對應之編號如下所示：

1.文化之旅小組：主題想法（01）、主題旅遊評估（02）、投票區（03）、旅遊需知（04）、天氣預測（05）、交通工具（06）、科博館之恐龍卡與家庭卡（07）、心得發表（08）。

2.美食之旅小組：主題想法（01）、主題旅遊評估（02）、投票區（03）、旅遊需知（04）、天氣預測（05）、交通工具（06）、小吃攤（07）、麥當勞（08）、火鍋（09）、金錢處理（10）、心得發表（11）。

3.古蹟之旅小組：主題想法（01）、主題旅遊評估（02）、投票區（03）、旅遊需知（04）、天氣預測（05）、交通工具（06）、心得發表（07）。

4.生態之旅小組：主題想法（01）、主題旅遊評估（02）、投票區（03）、旅遊需知（04）、天氣預測（05）、交通工具（06）、買礦泉水（07）、食衣住行（08）、購物（09）、相片費計算（10）、心得發表（11）。

5.登山健行小組：主題想法（01）、主題旅遊評估（02）、投票區（03）、旅遊需知（04）、天氣預測（05）、交通工具（06）、買礦泉水（07）、食衣住行（08）、登山問題及步道（09）、底片沖洗費用（10）、心得發表（11）。

6.郊遊野餐小組：主題想法（01）、主題旅遊評估（02）、投票區（03）、旅遊需知（04）、天氣預測（05）、交通工具（06）、零食（07）、烤肉（08）、房價（09）、心得發表（10）。

附錄二　原案七之交互觀察者一致

原案七	1.定焦	2.分析	3.決定	4.證實	5.反射
5-0602	1a：計乘車	（2b※或2e）	×	×	×
5-0603	1a：車資	（2c※、2f※、2e 或 2c、2e） 2c※：九五汽油、耗油量、 2f※：跑 18000 公尺、停留 2 時 2e：油費需 43.2 元、停車費需 40 元，交通費用 83.2 元 或 2c：九五汽油、耗油量、跑 18000 公尺、停留 2 時、 2e：油費需 43.2 元、停車費需 40 元，交通費用 83.2 元	3b：83.2 元	×	×
5-0604	1a：車資	（2c※、2f※、2d 或 2c、2d） 2c※：60 號，…全票、半票票價 2f※：大人 2 個、小孩 2 個搭三趟車 2d：（18 × 2 + 10 × 2）× 3 = 168 或 2c：60 號，…全票、半票票價、大人 2 個、小孩 2 個搭三趟車 2d：（18 × 2 + 10 × 2）× 3 = 168	3b：168 元	×	×

註：1. × 表示沒有發生。

2. 5-0602 之（2b※或2e）表示交互觀察者看法不一致；一觀察者認定 2b，另一觀察者卻認定 2e。2b※表示協商後一致的結果。

3. 5-0603 之（2c※、2f※、2e 或 2c、2e）表示交互觀察者看法不一致；一觀察者認定 2c、2f，另一觀察者卻認定只有 2c；而 2c※、2f※表示協商後一致的結果。

4. 5-0604 之（2c※、2f※、2d 或 2c、2d）則雷同。

附錄三　原案十四之交互觀察者一致

原案十四	基本的思考	批判性思考	創造性思考
2-0705	×	×	×
2-0706	○：單價法、添加型、反求因子應用	收集資訊，勾勒正確結果；並證實答案合理	○：偶數塊 8 折

註：○、× 各表示有發生、沒有發生。

Studying Students' Thinking Processes: Practical Reasoning as an Example

Hsiu-Lan Ma
Ling Tung University

Abstract

The purpose of this paper was to observe fifth graders' practical reasoning which was executed under teacher's guidance through internet context. The effect of teachers' guidance was investigated when students were working on reasoning. Especially, students' heuristics and thinking levels were analyzed at the very instance of students' practical reasoning. The findings were follows. 1. The timely guidance of the teachers was necessary for students. Through question strategy the teachers could guide students to develop five-step reasoning heuristics in related situation. Teachers' guidance could create the students' experience of practical reasoning. 2. The five-step heuristic model was workable. The students could develop these thinking processes, but the involved heuristics components were different. Each step could be not to take place or could occur repeatedly. Thus heuristics students showed could skip some or shuttle back and forth among five categories. The students were used to acting on basic thinking because the subskills of "analyzing" took place more. The good reasoners were apt to "validate" about critical thinking and to "reflect" about creative thinking. The students' reasoning was mostly inclined to individuals' value for problems when their thinking processes confronted non-mathematics. 3. It was proved that there were the relation and hierarchy of three kinds of thinking contained in reasoning. The researcher revised the figure in the reasoning literature to indicate the fields, independence, intersection, and hierarchy among basic, critical, and creative thinking.

Key words: Thinking, Heuristics, Question, Practical Reasoning