西元前三世紀的一個夏至（六月二十一日）

埃若塔色尼茲推算地球周長

■王道還

每個民族都有關於宇宙、大地的神話與故事。

根據中國古代的「天圓地方」神話，起初，天有所不足，於是女媧練石補天，再砍下鼇的四足，立在地上，撐住上天。後來，共工與顓頊爭奪帝位，怒觸不周山，折天柱，絕地維。由於不周山在崑崙山西北，結果「天傾西北，地陷東南」。對古代的人來說，這個故事可以解釋許多現象，例如星辰拱繞的天極（北極星的位置），從中原望去的確位於西北，而地上的大河，都向東南流入大海。

大地是個球體

古希臘人一開始也是以同樣的思維模式，想像自己認識的世界在宇宙中的地位。據說在荷馬時代（相當於中國的西周），希臘人相信大地是個圓盤，周圍有大河環繞。後世尊爲希臘史家之父的希羅多德（Herodotus, 484-420 BC；孔子晚年出生），就嘲笑過這個想法。在希羅多德晚年才出生的柏拉圖（428-347 BC），已提到過大地是個球體。

第一個提出明確論證，斷定大地是個球體的希臘人，是與孟子（371-289 BC）同時代的亞里斯多德（384-322 BC）。他曾到雅典追隨柏拉圖20年。

有趣的是，亞里斯多德的論證與「新經驗、新知識」毫無關係，他與畢達格拉斯（Pythagoras, 580-500 BC）同調，相信圓是最完美的形狀，而日、月、星辰是宇宙中最完美的物體；最完美的物體當然有最完美的形狀，因此所有天體都是球體，大地必然也是個球體。（關於中外古人對圓與球體的「著迷」，錢鍾書有極爲詳盡的考證，有興趣的讀者可以參閱《管錐篇》。）

亞里斯多德也提出了經驗證據，支持大地是球體的論斷：

第一、 月蝕的時候，月面上的大地影子，邊緣是弧形，因此大地是個球體；第二、 在海邊遙望遠方來船，先看見桅杆頂端，然後才看見船體。

此外，亞里斯多德指出，我們夜間在地面上沿南北方向移動，頭頂上的星空也會隨著變化，例如有些星星在北非可以看見，到了地中海北岸的地方就看不見了。他推論這表示地球很小。

知道大地是個很小的球體之後，測量地球似乎就是邁向「地球科學」的第一步了。跨出這一步的故事得從馬其頓的亞歷山大大帝（356-323 BC）說起。

經天緯地　照臨四方

西元前三四二年（孟子29歲），亞歷山大的父親聘請了亞里斯多德做兒子的家教。我們不知道亞歷山大是不是好學生，只知道亞里斯多德充分利用了馬其頓王國的資源，做過大量生物學研究。不到三年，亞歷山大的父親遇刺，他得到軍隊擁戴，繼承王位，不久就率軍隊征服希臘各城邦，然後立即揮軍「東征」，目標是地中海世界的老敵人——波斯。

西元前三三〇年，亞歷山大擊敗波斯王大流士，自立爲波斯王，繼續東征。西元前三二七年，亞歷山大大軍由興都庫什山脈（今阿富汗東北）進入印度次大陸，在印度河流域（今巴基斯坦境內）所向無敵。到了西元前三二五年，大軍在印度洋襲來的雨季中運動70日，由於人困馬乏，不肯再往東方前進，亞歷山大只得班師回國。西元前三二三年，亞歷山大在巴比倫染病去世，得年33歲（這時孟子48歲），他的功業可以用這句留傳千古的名言代表：我來，我看，我征服！

要是以中國古代的文明定義來說的話，亞歷山大在東征途中建立的一連串「亞歷山卓」（Alexandria，意思是亞歷山大建的城）最值得紀念，因

爲古代中國人以經天緯地（文）、照臨四方（明）定義「文明」。

不過，眞正將這八字落實的是亞歷山大麾下的一位將軍——佗勒美（Ptolemy）。亞歷山大死後他就任埃及總督，將亞歷山大的屍體運到埃及。西元前三〇五年，佗勒美在埃及自立爲王，三百年後大家熟知的埃及艷后（西元前三〇年／漢成帝建始三年自殺），就是他的後代。（其實應該稱她「埃及女王」。）

西元前三三二年，亞歷山大「解放」埃及，濱海處建了一座「亞歷山卓」城。佗勒美在那裡規劃了人類史上第一個集圖書館、學院、博物館於一體的機構。museum這個英文單字，就源自這個機構的名字。爲方便起見，我們還是叫它「博物館」吧。

「亞歷山卓」博物館有充實的圖書、文物供學者研究。博物館聘請的學者有宿舍、薪水，他們的任務是從事研究、公開演講研究成果。各地有志學術的學子到這裡聽課，並向學者請益。外地學者也會到「亞歷山卓」與博物館學者切磋、論學。

在佗勒美王朝的經營下，埃及的「亞歷山卓」成了地中海世界最大的城市，當時世界的學術重鎮。希臘各城邦雖然失去了政治力量，希臘文化卻繼續在埃及北部照臨四方。就在這個時候，印度受到希臘文明的影響，印度吸收的希臘文化有些後來隨佛教傳入中國。

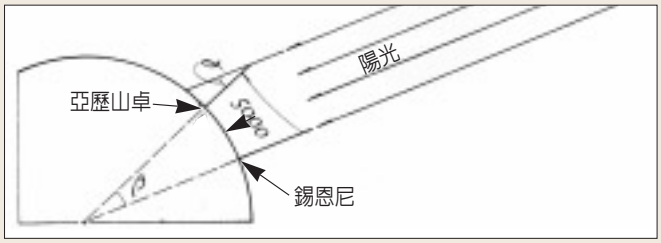
埃若塔色尼茲

「亞歷山卓」博物館的第一任館長是歐幾里德，他的《幾何學原理》（共13冊）可說是古今第一奇書——書裡的定理沒有幾條是他發現的，卻成爲後世的知識系統典範。

佗勒美三世在西元前二四五年（秦王政二年）即位後，聘請的館長是埃若塔色尼茲（Eratosphenes, 276-195 BC），他出生在今日北非的利比亞境內，精通天文學、數學、地理學。不過，埃若塔色尼茲測量地球周長的成就，知道的人最多。

原來「亞歷山卓」正南方，有個城當時叫做「錫恩尼」（Syene），現在叫「亞斯文」（Aswan）。埃若塔色尼茲聽說「錫恩尼」城裡有一口井，每年夏至正午，太陽都會經過它的正上方。換句話說，每年夏至正午井裡水面都會反射出強烈的陽光。同時，埃若塔色尼茲還知道「亞歷山卓」與「錫恩尼」之間的距離，恰好是五千「里」（stade）。有一年夏至正午時分，他在「亞歷山卓」城裡測量了一座尖塔在地上的影長。他以塔高、影長測出塔與影的夾角（7.2度）後，就算出地球的周長了。他是怎麼做的？請見下圖。

埃若塔色尼茲知道大地是個球體，而太陽與地球的距離很遠，因此



$\alpha = \beta = 7.2$度$= 1/50$圓周

可以將投射到地球表面上的光線當做平行光。由於「亞歷山卓」城中的尖塔垂直於地面，他測出的塔、影夾角等於「亞歷山卓」至「錫恩尼」之間的地球圓心角。既然圓心角所對的圓弧長度是已知項，那麼只要知道圓心角，就能算出圓周長了。

埃若塔色尼茲得到的地球周長是25萬里，關於當年的一「里」（stade）相當於現代多少公里，學者還沒有定論，但是埃若塔色尼茲算出的地球周長大約比實際周長大了不到20%，應無疑問。

不過，這個計算所依賴的兩個數值都不容易精確測量，像亞歷山卓至錫恩尼之間的距離就不準確。高塔的影子也不容易測量；中國直到元代，才由郭守敬設計出解決之道。

希臘科學的特色

無論亞里斯多德、歐幾里德，還是埃若塔色尼茲，都表現出希臘獨特的科學精神，就是以理論系統規範經驗活動，如解釋經驗資料的意義，指引收集新經驗資料的活動，並創造新的理論命題，驅動經驗活動。科學是由理論發動的經驗活動，理論與經驗互動的結果，或者會修正理論，或者導致新理論。因此科學不只是有系統的經驗知識，大量的觀測資料不見得會堆砌成正確的結論。

埃若塔色尼茲利用塔與影的關係進行測量的方法並不新奇，同時期成書的《周髀算經》，是中國第一本傳世數學書，也利用「圭表」（豎立在地面的「直尺」）測影法計算距離。

但是中國人從來不知大地爲球形。亞里斯多德支持地圓的第一條經驗證據（月蝕時的地影），中國人從來不陌生。中國人自古就相信「天垂象，現吉凶」，並認爲日月蝕是極爲重要的天象，因此在世界古文明中，中國的日月蝕觀測紀錄最多。可是中國人從來沒有想到過月蝕地影可以當做地圓的證據。 □

王道還
中央研究院歷史語言研究所人類學組